

## ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 07.11.23

Тема: «Арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс»

### 1. Новый материал (конспект в тетрадь)

Функции  $y=\arcsin x, y=\arccos x, y=\arctg x, y=\operatorname{arcctg} x$  называются **обратными тригонометрическими функциями**.

Приставка «arc» означает обратный.

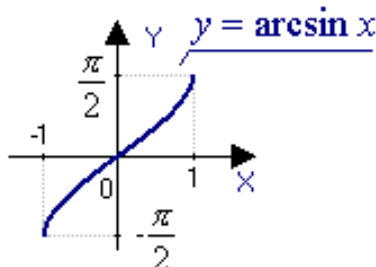
#### 1. Арксинус

**Арксинусом числа  $a$**  называется такое число из отрезка  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ , синус которого равен  $a$ .

Функция  $y=\arcsin x$  является обратной к функции  $y=\sin x$ , где  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ , поэтому свойства функции  $y=\arcsin x$  можно получить из свойств функции  $y=\sin x$

#### Основные свойства функции $y=\arcsin x$

1. Область определения - отрезок  $[-1; 1]$
2. Множество значений - отрезок  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
3. Функция  $y=\arcsin x$  - возрастает.
4. Функция  $y=\arcsin x$  является нечётной, так как  $\arcsin(-x)=-\arcsin x$



Пример:

$$\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3}, \text{ так как } \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Необходимо помнить:  $\arcsin(-a)=-\arcsin a$**

Пример:

$$\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\pi}{4}, \text{ так как } \sin \left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

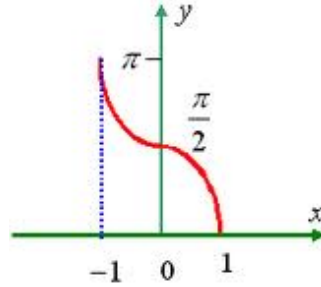
## 2. Арккосинус

**Арккосинусом числа  $a$**  называется такое число из отрезка  $[0; \pi]$ , косинус которого равен  $a$ .

Функция  $y = \arccos x$  является обратной к функции  $y = \cos x$ , где  $0 \leq x \leq \pi$

### Основные свойства функции $y = \arccos x$

1. Область определения - отрезок  $[-1; 1]$
2. Множество значений - отрезок  $[0; \pi]$
3. Функция  $y = \arccos x$  убывает



*Пример:*

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6}, \text{ так как } \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Необходимо помнить:  $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$**

*Пример:*

$$\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \pi - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

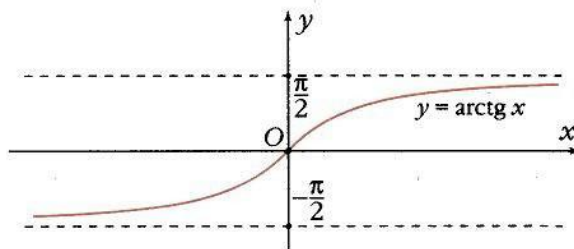
## 3. Арктангенс

**Арктангенсом числа  $a$**  называется такое число из интервала  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ , тангенс которого равен  $a$ .

Эта функция  $y = \arctg x$  является обратной к функции  $y = \operatorname{tg} x$ , где  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

### Основные свойства функции $y = \arctg x$

1. Область определения - множество  $\mathbb{R}$  всех действительных чисел
2. Множество значений - интервал  $(-\pi/2; \pi/2)$
3. Функция  $y = \arctg x$  возрастает.
4. Функция  $y = \arctg x$  является нечётной, так как  $\arctg(-x) = -\arctg x$



Пример:

$$\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}, \text{ так как } \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1$$

**Необходимо помнить:  $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$**

Пример:

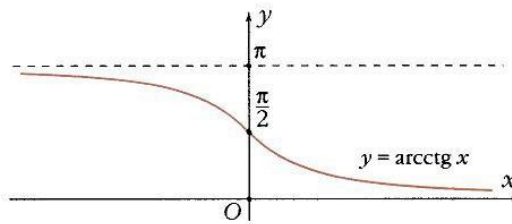
$$\operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{\pi}{6}, \text{ так как } \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

#### 4. Арккотангенс

Арккотангенсом числа  $a$  называется такое число из интервала  $(0; \pi)$ , котангенс которого равен  $a$ .

##### Свойства функции $y = \operatorname{arccotg} x$

1. Область определения - множество  $\mathbb{R}$  всех действительных чисел
2. Множество значений - интервал  $(0; \pi)$
3. Функция не является ни чётной, ни нечётной, т.к. график функции не симметричен ни относительно начала координат, ни относительно оси  $y$ .
4. Функция убывает.



Пример:

$$\operatorname{arccotg} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{3}, \text{ так как } \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

**Необходимо помнить:  $\operatorname{arccotg}(-a) = \pi - \operatorname{arccotg} a$**

Пример:

$$\operatorname{arccotg} (-\sqrt{3}) = \pi - \operatorname{arccotg} \sqrt{3} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

##### Решение задач

1. Вычислите  $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2 \cdot \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Решение:

$$\begin{aligned} \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2 \cdot \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} &= -\frac{\pi}{3} - 2 \cdot \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \\ &= \frac{-2\pi - 9\pi + \pi}{6} = -\frac{10\pi}{6} = -\frac{5\pi}{3}. \end{aligned}$$

Домашнее задание:

1. Определения и свойства обратных тригонометрических функций знать!

2. Вычислите

$$1.1. \quad 2 \cdot \left( \operatorname{arctg} \left( -\frac{\sqrt{3}}{3} \right) + \arccos 0 \right) - \operatorname{arcctg} \sqrt{3};$$

$$1.2. \quad \frac{\arcsin \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \arccos \frac{1}{2}}{\operatorname{arctg} 1};$$

$$1.3. \quad 2 \cdot \arccos 1 - \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$1.4. \quad \arcsin \frac{1}{2} - \arccos \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \operatorname{arcctg}(-1);$$

$$1.5. \quad \frac{\operatorname{arcctg} \left( -\frac{\sqrt{3}}{3} \right) - \arcsin \left( -\frac{1}{2} \right)}{\arccos 0};$$

Конспект отправляем на электронную почту [oles.udalova@yandex.ru](mailto:oles.udalova@yandex.ru)